Universidade Federal do Espírito Santo
Centro de Ciências Agrárias
Departamento de Ciências Florestais e da Madeira

CAPÍTULO V
Método de Bitterlich

Professor Gilson Fernandes da Silva

1 – Introdução

Em 1948, o pesquisador florestal austríaco Walter Bitterlich publicou um procedimento novo para estimar área basal de povoamentos. Este procedimento se tornou muito conhecido pela sua exatidão e facilidade de operação.

O método de Bitterlich foi originalmente proposto para se estimar a área basal, que é uma importante medida de densidade e tem alta correlação com o volume.

A área basal pode ser estimada por parcelas de área fixa (soma das áreas basais das árvores da parcela) ou parcelas denominadas de área variável, em que se enquadra o método de Bitterlich.

2 – Operacionalização do método

Para operacionalizar o método, o mensurador, de posse da barra de Bitterlich, deve visar todos os troncos à altura de 1,30 m num giro de 360º e contar todas as árvores cujo DAP aparenta ser maior ou igual à largura (d) da mira. As linhas de visada que tangenciam as extremidades da mira determinam um ângulo α.

Três grupos de árvores são encontrados:

a) árvore com DAP aparente maior que a abertura da mira (maior que α);

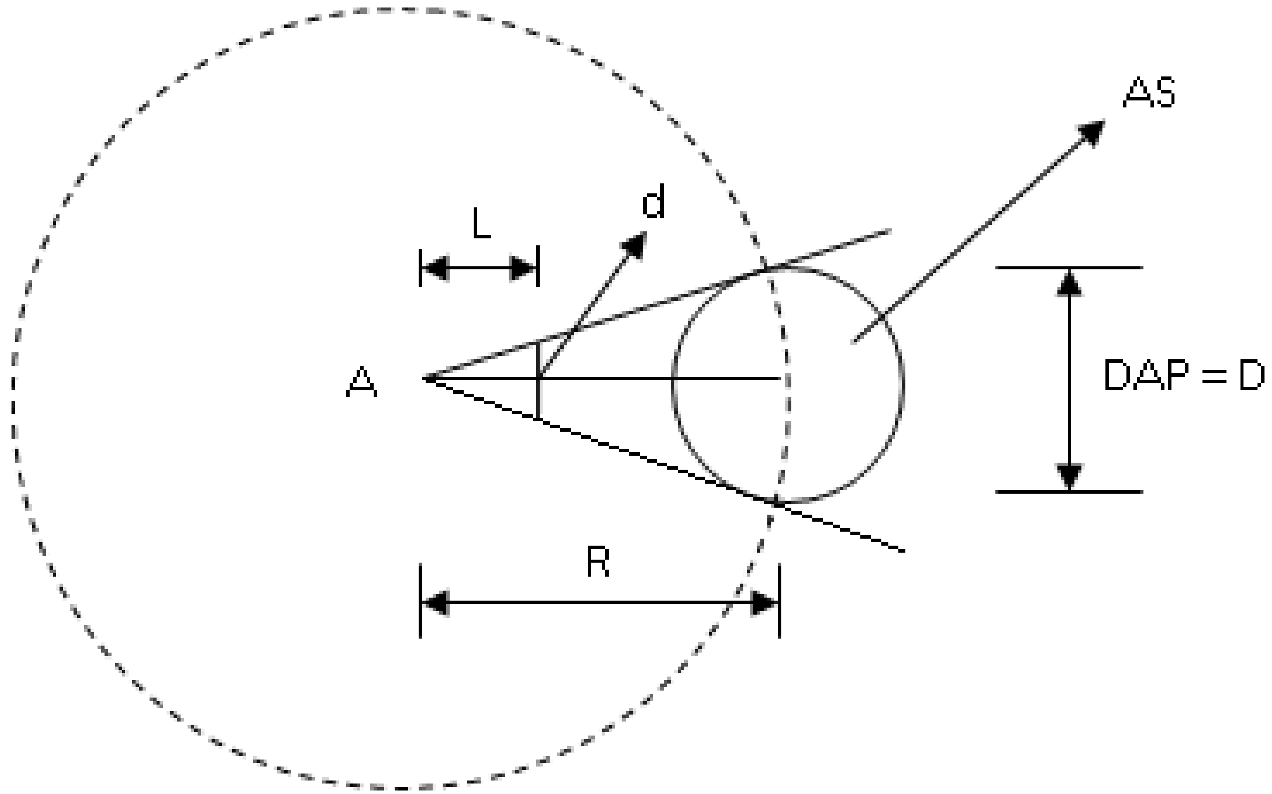
b) árvore com DAP aparente menor que a abertura da mira;

c) árvore com DAP aparente igual à abertura da mira.

“O número de árvores (n), cujos DAP's, vistos de um ponto fixo do povoamento, aparecem superiores a um dado valor constante (α), é proporcional à sua área basal (G) por hectare”.

3 – Demonstração do fundamento teórico

Seja a seguinte situação em que apenas uma árvore ($N = 1$) com DAP = D foi qualificada com uma barra de Bitterlich, dando-se um giro de 360°:



Em que:

R = distância máxima entre o observador até o centro da árvore (distância crítica) para que a árvore seja qualificada, em m;

A = área da parcela imaginária definida por R, em m^2 - πR^2;

d = abertura da mira, em cm;

L = comprimento da barra de Bitterlich, em cm; e

AS = área seccional, em m^2;

Pela Figura anterior, pode-se deduzir que:

$$\frac{d}{L} = \frac{D}{R} \tag{1}$$

Tradicionalmente, a área basal por hectare em uma parcela de área fixa é obtida pela seguinte expressão:

$$G = \sum_{i=1}^{n} AS \frac{10000}{\text{Área da parcela}} \tag{2}$$

Considerando que existe apenas uma árvore na parcela circular definida por R, a área basal por hectare será:

$$G = \frac{\pi D^2}{4} \frac{10000}{\pi R^2} = 2500 \frac{D^2}{R^2} = 2500 \left(\frac{D}{R} \right)^2 \tag{3}$$

Como apenas uma árvore foi qualificada (n = 1), a expressão (3) pode ser reescrita como:

$$G = 1 \, x \, 2500 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{G = n.K} \quad (4)$$

Em que:

$$\boxed{K = 2500 \left(\frac{d}{L} \right)^2} \quad (5)$$

Seja agora o exemplo em que **n árvores** com DAP's D_1, D_2 , ... , D_n , sendo $D_1 \neq D_2 \neq ... \neq D_n$, foram qualificadas em um ponto de amostragem com uma barra de Bitterlich.

Sejam, também, R_1, R_2, ..., R_n e A_1, A_2, ..., A_n , os raios e as áreas das parcelas referentes às **n** árvores qualificadas, respectivamente.

VEJA A FIGURA !!!

Considerando as **n** árvores qualificadas, a área basal por hectare pode ser obtida por:

$$G = \sum_{i=1}^{n} AS_i \frac{10000}{A_i} \quad \Rightarrow \quad G = \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi D_i^2}{4} \frac{10000}{\pi R_i^2}$$

$$G = \frac{\pi D_1^2}{4} \frac{10000}{\pi R_1^2} + \frac{\pi D_2^2}{4} \frac{10000}{\pi R_2^2} + \ldots + \frac{\pi D_n^2}{4} \frac{10000}{\pi R_n^2}$$

$$G = 2500\left(\frac{D_1^2}{R_1^2}\right) + 2500\left(\frac{D_2^2}{R_2^2}\right) + \ldots + 2500\left(\frac{D_n^2}{R_n^2}\right)$$

$$G = 2500\left(\frac{D_1}{R_1}\right)^2 + 2500\left(\frac{D_2}{R_2}\right)^2 + \ldots + 2500\left(\frac{D_n}{R_n}\right)^2$$

Como $\frac{d}{L} = \frac{D}{R}$ é uma relação válida para qualquer DAP (D), uma vez que todas as árvores foram qualificadas com a mesma barra de Bitterlich, tem-se que:

$$\frac{D_1}{R_1} = \frac{D_2}{R_2} = \cdots = \frac{D_n}{R_n} = \frac{d}{L}$$

$$G = 2500\left(\frac{d}{L}\right)^2 + 2500\left(\frac{d}{L}\right)^2 + ... + 2500\left(\frac{d}{L}\right)^2$$

$$G = K + K + ... + K = n.K$$

comprovando o princípio de Bitterlich.

4 - Considerações numéricas sobre o postulado de Bitterlich

Tomando como exemplo uma árvore de DAP igual a 20 cm, a que distância máxima dela o observador poderá situar-se, de modo a garantir sua inclusão na leitura?

Considerando a relação d/L = D/R e que a barra de Bitterlich possui comprimento de 100 cm e abertura da mira de 2 cm tem-se:

$$2/100 = 20/R \therefore R = 2000/2 = 1000 \text{ cm} = 10 \text{ m}$$

Também, numericamente, a proporcionalidade entre a área basal da árvore e a área da parcela será:

$g = (\pi D^2/4)/(\pi R^2)$ $\Rightarrow$ $g = (\pi\ 0{,}20^2/4)/(\pi 10^2)$

$g = 0{,}031416/314{,}16$ $\Rightarrow$ $G = 0{,}0001 \times 10^4 = 1\ m^2/ha$

$0{,}031416\ m^2$	-	$314{,}16\ m^2$
y	-	$10000\ m^2$

$y = (10^4 \times 0{,}031416)/314{,}16 = 1\ m^2/ha$

Suponha, agora, uma mira de abertura igual a 4 cm, resultando num raio R = 5 m. Assim, tem-se:

$$g = \frac{\pi D^2/4}{\pi R^2} \Rightarrow g = \frac{\pi 0{,}20^2/4}{\pi 5^2} \Rightarrow g = \frac{0{,}031416}{78{,}54}$$

$g = 0{,}0004$; $g \times 10^4 = 4\ m^2/ha$

Demonstrou-se anteriormente que:

$$K = 10^4 \frac{1}{4}\left(\frac{d}{L}\right)^2$$

$K = C(d/L)^2$ em que $C = 10^4/(1/4)$

$$\frac{d}{L} = \sqrt{\frac{K}{C}} \Rightarrow \frac{D}{R} = \sqrt{\frac{K}{C}} \qquad (6)$$

De (6) pode-se tirar que:

$$D = R\sqrt{\frac{K}{C}} \Rightarrow R = \frac{D}{\sqrt{\frac{K}{C}}} \qquad (7)$$

A partir de (7), tem-se que:

$$R = \frac{D}{\sqrt{\dfrac{1}{10^4\left(\dfrac{1}{4}\right)}\sqrt{K}}} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{D}{0{,}02\sqrt{K}} \tag{8}$$

Para uma árvore com 20 cm de DAP, pode ser escrito que:

$$R = \frac{10}{\sqrt{K}} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{10}{R}\right)^2 \tag{9}$$

A expressão (9) permite ao operador determinar a constante do seu instrumento. Para isso basta mirar uma árvore de 20 cm (ou uma faixa de 20 cm), fazendo coincidir a abertura da mira com os seus dois lados.

Em seguida, mede-se a distância em metros entre o observador e a árvore, valor que corresponderá a R.

A título de curiosidade, o operador poderia utilizar-se do seu polegar para fazer estimativas de área basal. Neste caso, o valor de K seria encontrado por meio da expressão (9).

5 – Estimação do número de árvores por hectare pelo método de Bitterlich

O número de árvores por hectare (N) constitui uma importante informação dendrométrica, pois este número serve de base para muitos cálculos na Dendrometria.

Viu-se anteriormente que quando K = 1, para uma árvore de 20 cm de DAP, o R é igual a 10 m. Portanto, a área da parcela que contém esta árvore é de 314,16 m^2. Assim, o cálculo de N é feito da seguinte maneira:

314,16 m^2 – 1 árvore
10000 m^2 – N

N = 10000/314,16 = 31,84 árvores de 20 cm de DAP.

Deste modo, pode-se generalizar o cálculo do número (N) de árvores por hectare de um determinado diâmetro ou classe de diâmetro, da seguinte maneira:

$$N = 10000/[\text{área da parcela de área variável de Raio (R)}] \qquad (10)$$

Dividindo-se o numerador e o denominador de (10) por 10000 tem-se:

$$N = \frac{10000/10000}{\pi R^2/10000} = \frac{1}{\pi R^2/10000} \qquad (11)$$

Multiplicando-se o numerador e o denominador de (11) por K tem-se:

$$N = \frac{K}{\frac{K\pi\pi^{2}}{10000}} \qquad (12)$$

Mas, K = 2500 (D/R)^2. Assim, tem-se:

$$N = \frac{K}{\frac{2500\left(\frac{D}{R}\right)^{2}\pi R^{2}}{10000}} = \frac{K}{\left(1\!/\!4\right)D^{2}\pi} \qquad \text{ou} \qquad N = \frac{K}{g}$$

Generalizando, tem-se: $N = \frac{K}{g_i} = K\left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_2} + ... + \frac{1}{g_n}\right)$ (13)

A soma dos valores de N encontrados para cada árvore contada numa PNA (Prova de Numeração Angular), corresponderá ao total de árvores por hectare.

Exemplo: Em uma PNA com K = 4, contou-se 4 árvores cujos DAP's encontram-se abaixo. O número total de árvores por hectare será:

Árvore	DAP(cm)	g(m^2)	N = K/g
1	26	0,0531	75
2	40	0,1256	32
3	31	0,0754	53
4	21	0,0346	116
Total			276

6 - Estimação do volume por hectare pelo método de Bitterlich

Dado que existe uma função volumétrica para o povoamento em estudo, pode-se obter o volume para cada árvore incluída no ponto amostral (v_i).

Multiplicando-se o volume de cada árvore pelo respectivo número de árvores por hectare, obtém-se o volume por hectare (V), correspondente a cada árvore amostrada.

$$V = N \times v_i = \frac{K}{g_i} v_i \qquad \text{e} \qquad V = \sum_{i=1}^{n} v_i$$

7 - Cálculo do diâmetro médio quadrático (d_q)

Para calcular o diâmetro médio quadrático a partir do método de Bitterlich, considere que:

$$\bar{g} = \frac{G}{N}$$

Considerando os dados apresentados no exemplo de cálculo do número de árvores, tem-se:

$$G = N.K \quad \Rightarrow \quad G = 4 \text{ x } 4 = 16 \text{ m}^2$$

Então, tem-se:

$$\overline{g} = \frac{16}{276} = 0{,}0579\ m^2$$

Para calcular o diâmetro médio quadrático a partir do método de Bitterlich, considere que:

$$d_q = 2\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(g_i/\pi\right)}{n}} \Rightarrow d_q = 2\sqrt{\frac{\overline{g}}{\pi}}$$

$$d_q = 2\sqrt{\frac{0{,}0579}{3{,}1416}} = 0{,}2715\ m \quad \text{ou} \quad 27{,}15\ \text{cm.}$$

8 – Estimação da área basal com o prisma

Instrumento baseado na teoria de Bitterlich, foi divulgado por Mueller (Alemanha 1953) e Croner (Austrália 1954).

É um aparelho muito utilizado por técnicos florestais na Europa e Estados Unidos, por ser um instrumento muito prático e barato, além de boa precisão quando usado em terrenos com declividade inferior a 7%.

A graduação do prisma é baseada em dioptrias (DI), sendo que uma dioptria corresponde ao deslocamento de uma unidade em 100 m de distância.

Esta afirmativa é baseada no seguinte princípio ótico: "***A grandeza do deslocamento de uma imagem vista através de um prisma é proporcional a sua graduação expressa em dioptrias***".

Dessa maneira, um prisma de 2 dioptrias corresponde a uma barra de 1 m de comprimento e abertura de mira de 2 cm, tendo portanto um K = 1. Da mesma maneira, um prisma igual a 4 dioptrias terá um K = 4.

A relação entre a graduação do prisma em dioptrias (DI) e a constante instrumental é dada pela equação:

$$DI = 2\sqrt{K} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{DI}{2}\right)^2$$

Se $DI = 2\sqrt{K}$, então:

para K = 1, prisma = 2,00 dioptrias

K = 2, prisma = 2,43 dioptrias

K = 3, prisma = 2,46 dioptrias

K = 4, prisma = 4,00 dioptrias

Geralmente, quando se compra prismas no comércio, estes não vêm com a graduação exata, o que pode ocasionar erros de 5% a 10% na estimação da área basal. Para corrigir este erro, deve-se proceder da seguinte maneira:

✓Visar uma árvore de 20 cm até que a visão do prisma seja a mesma para a situação onde se conta meia árvore.

✓Nesse ponto, o observador para, e com uma trena mede a distância do prisma até a árvore ou faixa, sempre tendo o cuidado de que o terreno esteja em uma declividade máxima de 7%.

✓Foi demonstrado anteriormente que, para uma árvore de 20 cm de DAP, tem-se que:

$$R = \frac{10}{\sqrt{K}} \qquad \text{ou} \qquad K = \left(\frac{10}{R}\right)^2$$

E considerando as relações existentes entre o fator K e o número de dioptrias

$$DI = 2\sqrt{K} \qquad \text{ou} \qquad K = \left(\frac{DI}{2}\right)^2$$

$$\left(\frac{10}{R}\right)^2 = \left(\frac{DI}{2}\right)^2$$

$$\boxed{DI = \frac{2\ x 10}{R} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{10}{R}\right)^2}$$

(para R em metros)

$$\boxed{DI = \frac{20\ x\,100}{R} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{1000}{R}\right)^2}$$

(para R em centímetros)

Por exemplo, se em um prisma a coincidência das linhas limites ocorre a 490 cm, tem-se:

$$DI = \frac{2000}{490} = 4{,}08 \text{ dioptrias} \quad \text{ou} \quad K = \left(\frac{1000}{490}\right)^2 = 4{,}16$$

9 – Escolha do fator K

A escolha do fator K a ser utilizado está sempre vinculado à características do povoamento a ser estimado, como por exemplo: acidentes topográficos, densidade populacional, homogeneidade ou heterogeneidade na distribuição dos diâmetros etc.

- ✓Para se realizar um bom trabalho, o número de árvores a serem contadas deve estar entre 10 a 20 unidades por PNA;
- ✓Em povoamentos heterogêneos geralmente se usam fatores K menores pelo fato de que sendo maior o R, haverá maior probabilidade da parcela ser mais representativa do povoamento;

✓Como uma prova do fator 1 demora geralmente o dobro de duas provas com o fator 4, é mais viável se usar K = 4 em povoamentos densos acidentados, além de haver ainda o problema de superposição de troncos;

✓ Por outro lado, o número de árvores contadas é alto, o que pode ocasionar erros;

✓Como regra geral, utiliza-se o fator K = 4 para povoamentos de área basal de 40 m^2/ha ou mais, K = 2 para áreas basais de 20 a 40 m^2/ha e K = 1 para densidades menores ou populações irregulares;

- ✓No caso de superposição de troncos, o observador deve deslocar-se lateralmente, mantendo a distância até a árvore em questão, até que a mesma fique com o seu tronco livre. Depois de tê-la visado, o observador volta ao centro de numeração e continua o trabalho;

- ✓Quanto ao número de estações ou prova de numeração angular (PNA) por hectare, os seguintes fatores devem ser observados: área do povoamento, fator instrumental (K), homogeneidade populacional e consequentemente precisão requerida.

10 – Vantagens do método de Bitterlich

- ✓ Grande eficiência prática e menor tempo gasto na amostragem;
- ✓ Minimização ou eliminação dos erros provenientes da demarcação incorreta da superfície das unidades amostrais;
- ✓ Com a flexibilidade do uso de diferentes fatores de área basal, pode-se incrementar o número de unidades e adequar uma melhor distribuição destas no povoamento inventariado;
- ✓ As estimativas das variáveis podem ser obtidas através de aparelhos óticos, mas também através de instrumentos de baixo custo, como o prisma, por exemplo.

11 – Desvantagens do método de Bitterlich

- ✓ A existência de sub-bosque abundante pode aumentar os erros de inclusão visual das árvores;
- ✓ Devido a defeitos nos aparelhos visuais, pode ocorrer erros sistemáticos na inclusão de árvores na unidade, principalmente nos limites do círculo marginal;
- ✓ Menor facilidade de se usar esta unidade como unidade permanente, dado a mudança dos indivíduos em diferentes abordagens no povoamento. Isto torna difícil a avaliação de sítio, de crescimento, de mortalidade e outros estimadores importantes para o manejo dos povoamentos.

12 – Noções de relascopia

- ✓ O relascópio é um instrumento que serve, fundamentalmente, para estimar a área basal dos povoamentos.

- ✓ Além disso, permite estimar: altura, diâmetro a qualquer altura, distância, declividade etc.

- ✓ Principais Tipos de Relascópio:
  - ✓ **Standard** (Relascópio de Banda Estreita)
  - ✓ **Telerelascópio** (Relascópio de Banda Larga).

O relascópio de Banda Estreita de Bitterlich é constituído das seguintes partes:

- Placa metálica de sombreamento
- Objetiva – Orifício de pontaria
- Ocular – Orifício de visada
- Janelas de iluminação
- Botão para liberar e prender o movimento das escalas

Através da ocular do relascópio standard são observadas nove escalas dispostas em faixas brancas e pretas, divididas em três grupos:

a) Escalas de numeração;

b) Escalas hipsométricas;

c) Escalas de distâncias.

Escalas de numeração: Permitem as avaliações de diâmetro e área basal.

São componentes desse grupo as faixas numeradas 1 e 2, além das 4 faixas estreitas, alternadas em cores negra e branca, dispostas do lado direito da faixa 1.

A largura dessas faixas está relacionada com o fator de numeração K.

- Faixa numerada com 1 $\Rightarrow$ K = 1
- Faixa numerada com 2 $\Rightarrow$ K = 2
- Faixa numerada com 1 + largura das 4 faixas estreitas dispostas à sua direita $\Rightarrow$ K = 4

Cada uma das quatro faixas estreitas, à direita da faixa 1, obedece a um determinado valor de K.

- 1 faixa estreita $\Rightarrow$ K = 1/16
- 2 faixa estreita $\Rightarrow$ K = 1/4
- 3 faixa estreita $\Rightarrow$ K = 9/16

- faixa 1 + 1 faixa estreita $\Rightarrow$ K = 25/16
- faixa 1 + 2 faixa estreita $\Rightarrow$ K = 9/4
- faixa 1 + 3 faixa estreita $\Rightarrow$ K = 49/16

A origem dos valores de K ora apresentados pode ser demonstrada como se segue:

$$K = 2500\left(\frac{D}{R}\right)^2 \qquad \text{Em que} \qquad \frac{D}{R} = \frac{d}{L}$$

Para K = 1 (Banda 1), tem-se:

$$1 = 2500\left(\frac{D}{R}\right)^2 \Rightarrow \frac{D}{R} = \sqrt{\frac{1}{2500}} \Rightarrow \frac{D}{R} = \frac{1}{50}$$

sendo esta a largura da banda 1 em que R equivale a 50 diâmetros.

Como uma lista estreita corresponde a 1/4 da banda 1, pode-se dizer que:

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{50} = \frac{1}{200}$$

Substituindo esta relação na fórmula de *K*, chega-se a:

$$K = 2500\left(\frac{1}{200}\right)^2 = 1/16$$

Seguindo-se este mesmo raciocínio, pode-se demonstrar as demais relações existentes entre as bandas estreitas e os fatores K's apresentados anteriormente.

Escalas de altura - Estimação da altura com o relascópio

As escalas de altura de um relascópio funcionam como as escalas de um hipsômetro baseado em princípio trigonométrico, devendo-se, assim, seguir os mesmos procedimentos para a estimação de altura adotados nestes aparelhos.

O relascópio de Bitterlich dispõe de 3 escalas para utilizar distâncias horizontais: 20, 25 e 30 metros.

Escalas de distância - Estimação da distância com relascópio

Distância com a base vertical: Utilizar mira própria e as escalas dos aparelho

Distância com a base horizontal:

Para K = 4 (Banda 1 + 4 bandas estreitas), tem-se:

$$4 = 2500\left(\frac{D}{R}\right)^2 \Rightarrow \frac{D}{R} = \sqrt{\frac{4}{2500}} \Rightarrow \frac{D}{R} = \frac{1}{25}$$

sendo esta a largura da banda 1 + 4 bandas estreitas em que R equivale a 25 diâmetros.

Sabendo-se desta relação e de posse do relascópio de Bitterlich, o mensurador deve visar uma haste de tamanho conhecido, se afastando ou aproximando da mesma, até o momento em que a banda 1 + 4 bandas estreitas cobre exatamente a faixa da haste utilizada.

Quando isto ocorrer, pode-se deduzir que a distância horizontal até o objeto é igual a 25 vezes a largura da haste. Assim, por exemplo, se a faixa da haste fosse uma vara com 80 cm, a distância horizontal será: 80 x 25 = 2000 cm = 20 m.

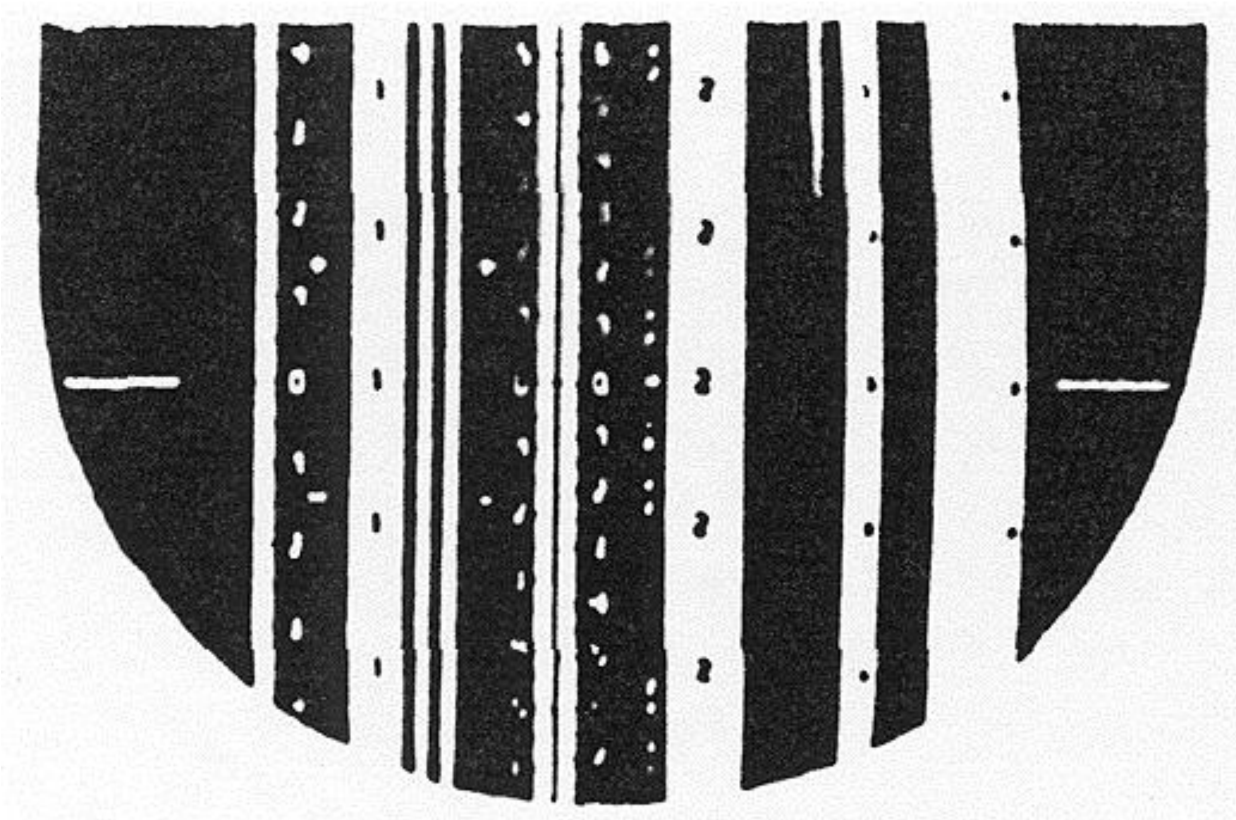
Medição de diâmetros superiores

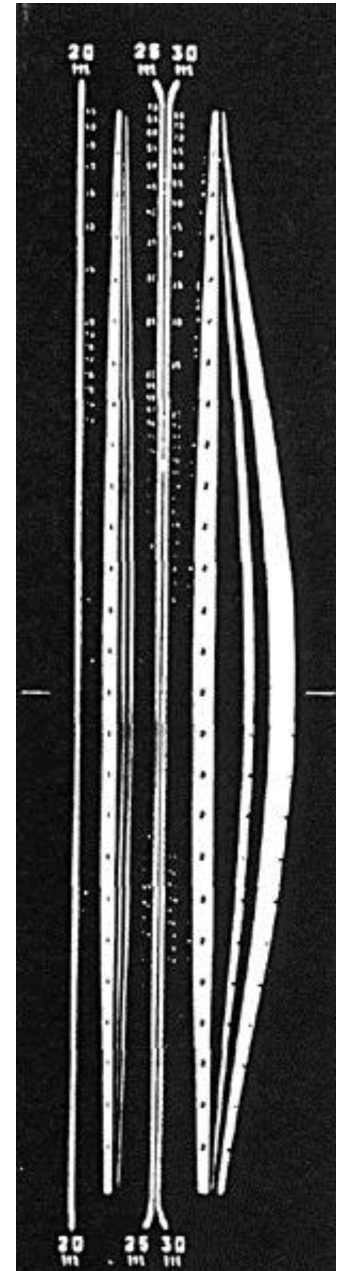
Para a medição de diâmetros em quaisquer alturas, utiliza-se a banda 1 + 4 bandas estreitas. Sabe-se que, como demonstrado, para K = 1, tem-se:

$$\frac{D}{R} = \frac{1}{50} \therefore D = \frac{R}{50}$$

Assim, tem-se:

	Distâncias (R)			
FAIXAS	**15**	**20**	**25**	**30**
1 faixa estreita	**7,5**	**10,0**	**12,5**	**15,0**
2 faixas estreitas	**15,0**	**20,0**	**25,0**	**30,0**
3 faixas estreitas	**22,5**	**30,0**	**37,5**	**45,0**
4 faixas estreitas = Banda 1	**30,0**	**40,0**	**50,0**	**60,0**
Banda 1 + 4 faixas estreitas = Banda 4	**60,0**	**80,0**	**100,0**	**120,0**

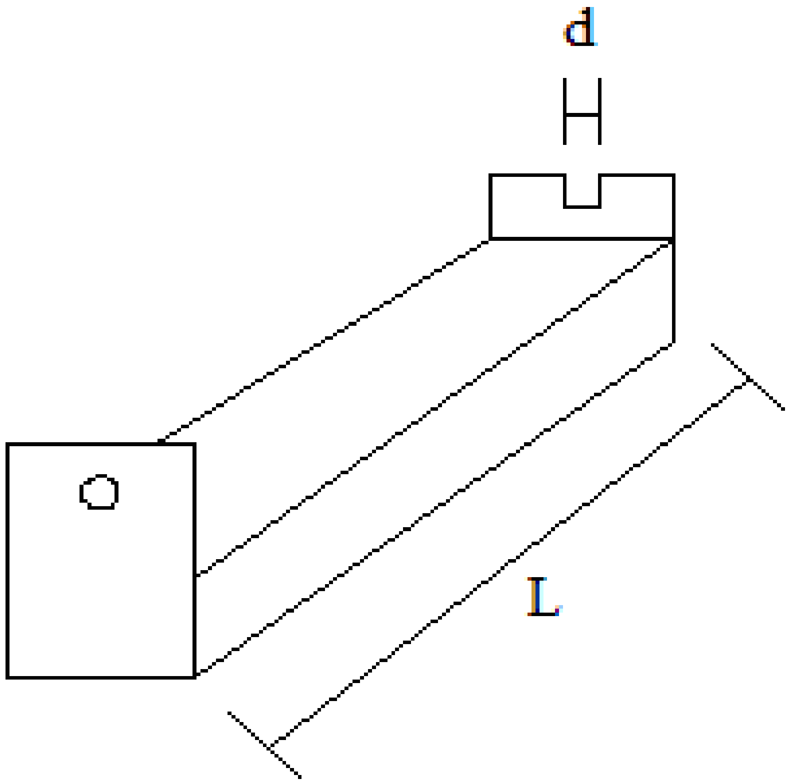




Prof. José Imaña Encinas

FIM

Barra de Bitterlich



Operacionalização do método

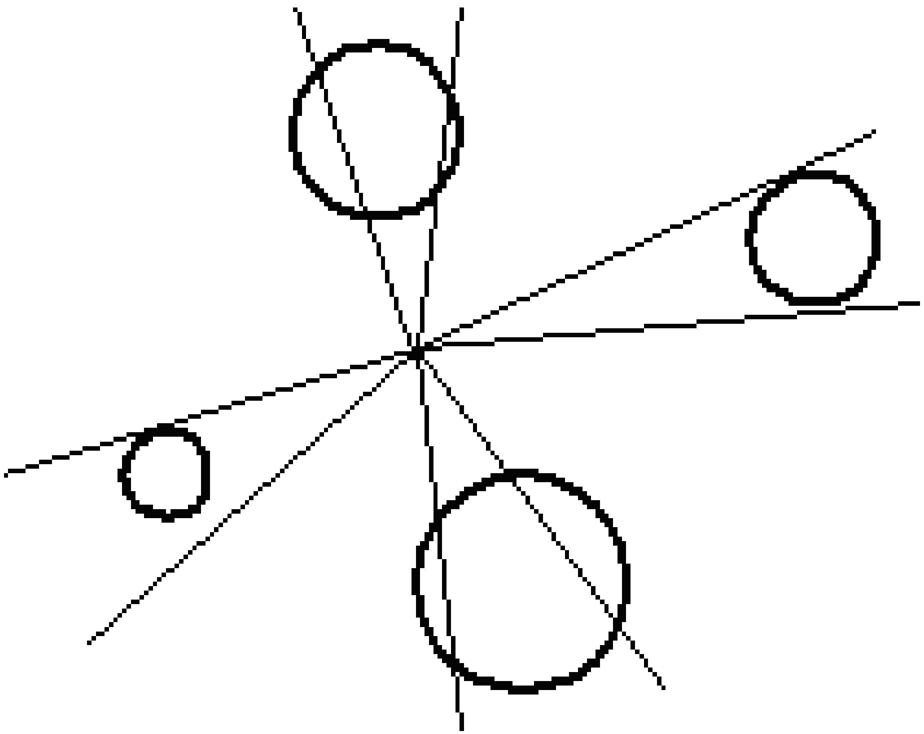
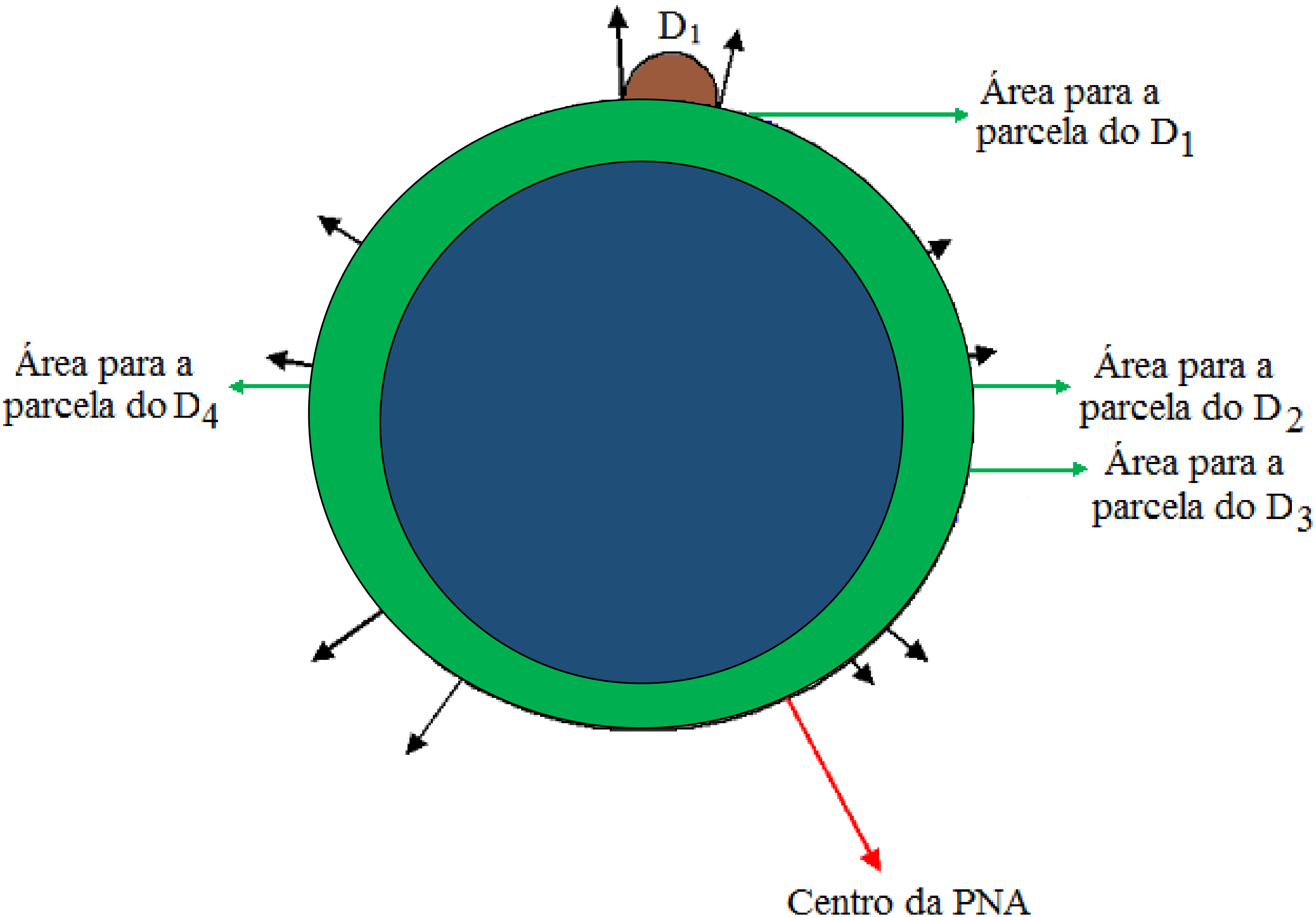
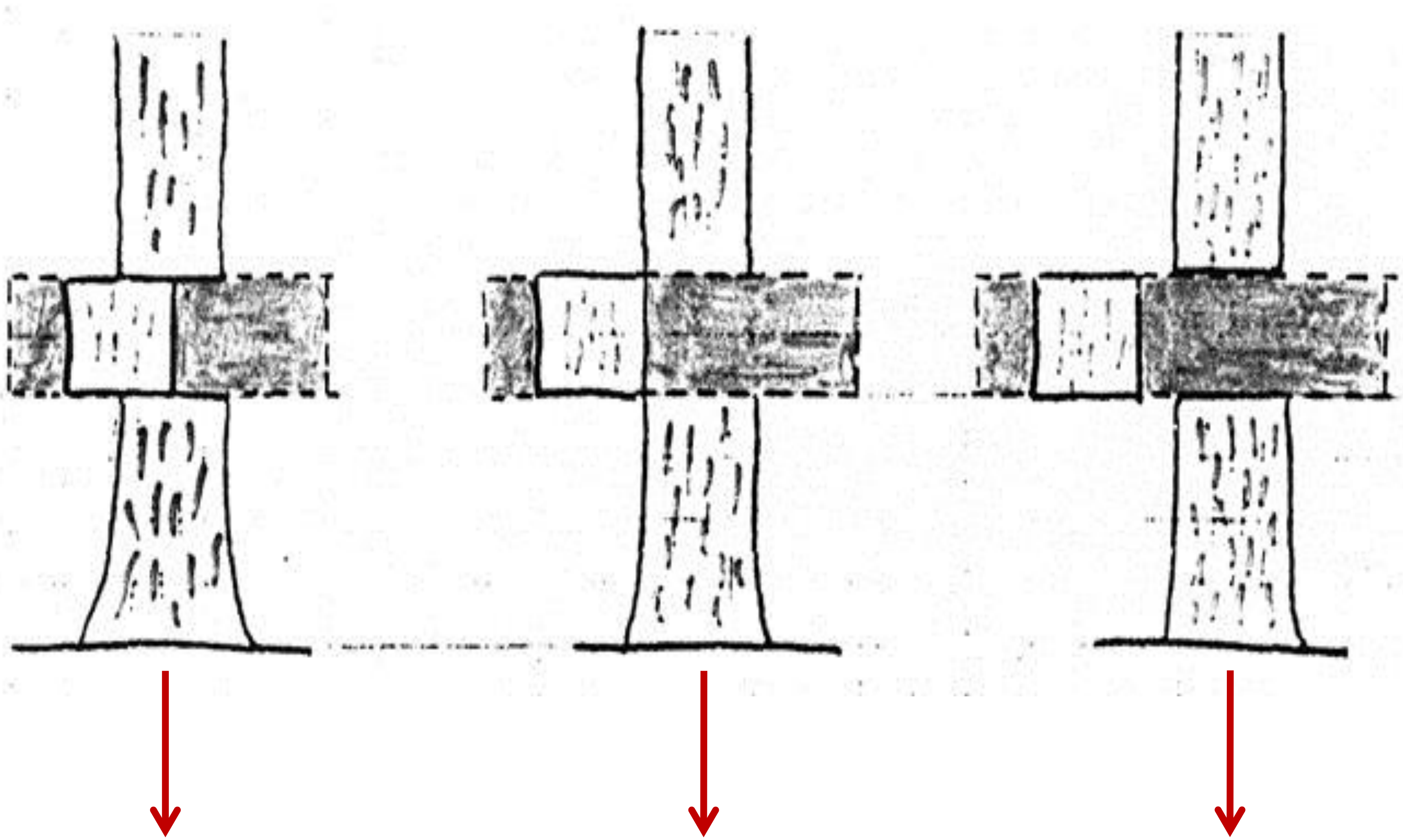


Ilustração do método de Bitterlich para n árvores



Visões possíveis com o uso do prisma basimétrico



Conta 1 árvore

Conta 1/2 árvore

Não conta